TES 2 – 13/12/2004

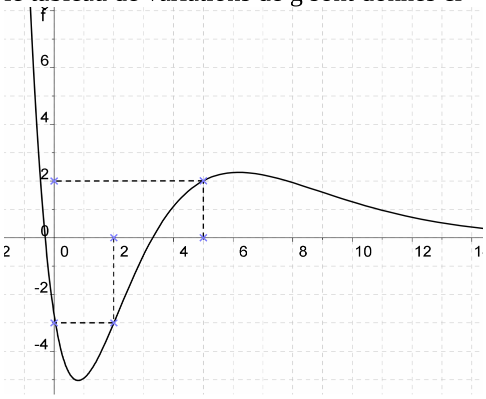
DS n° 3

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1(7pts)

Soit f une fonction définie sur ℝ et g une fonction définie sur ℝ – {2}.La représentation graphique de f, ainsi que le tableau de variations de g sont donnés ci - dessous.



x	$-\infty$		2		5		$+\infty$
9(x)			$+\infty$ ‖		3		
	0	↗	‖ $-\infty$	↗		↘	1

1. Préciser les asymptotes des courbes représentatives de f et g. On les notera respectivement C_f et C_g.
2. Donner les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)+g(x)$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{g(x)}$

c) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{f(x)}$

d) $\lim\limits_{x\to5} f(x)+g(x)$

e) $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(\dfrac{1}{x}\right)$

f) $\lim\limits_{x\to2^-} f(x)+g(x)$

g) $\lim\limits_{x\to2^+} f(x)\times g(x)$

h) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{g(x)}{f(x)}$

i) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)\times g(x)$

j) $\lim\limits_{x\to0^+} g(x+2)$

Exercice 2 (6pts)

Déterminer les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2-5x}$

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} -x+1+\dfrac{1}{x}$

c) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{4x^6+2x^5}{x^3-2x^6}$

d) $\lim\limits_{x\to-\infty} x^3-3x^5+2$

e) $\lim\limits_{x\to2^+} \dfrac{3x}{2-x}$

f) $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{1-x}{x^2-x}$

Exercice 3(5pts)

On considère la fonction *f* définie pour tout x ∈ ℝ par :

$$f(x)=\frac{x^3+x^2}{x^2+9}.$$

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentant f dans un repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

a. Déterminer la limite de f en $+\infty$ puis en $-\infty$.

b. Démontrer que pour tout réel x :

$f(x)=x+1-\dfrac{9(x+1)}{x^2+9}.$

c. Démontrer que la droite Δ d'équation $y=x+1$ est asymptote à $\mathscr{C}$ en $+\infty$ et en $-\infty$.

d. Étudier la position relative de $\mathscr{C}$ par rapport à Δ.

Exercice 4(2pts)

On considère la fonction *f* définie sur]0 ; +∞[et tel que pour tout x ∈]0 ; + ∞ [, on a : $-\dfrac{1}{x}+1 \leqslant f(x) \leqslant \dfrac{1}{x}+1$

1. Déterminer les limites aux bornes de son ensemble de définition lorsque cela est possible.
2. Donner une allure possible de la représentation graphique de f sachant que f n'est pas monotone.